ОТ ТЕОРИЯ КЪМ ПРАКТИКА: ЧИСЛЕНИ МЕТОДИ ЗА РЕШАВАНЕ НА РЕАЛНИ ОПТИМИЗАЦИОННИ ЗАДАЧИ

Тоня Матева

В настоящата статия се разглежда обобщаваща задача, предназначена за студенти в курсове по приложна математика, числени методи и икономическо моделиране. Това е проект за курсова работа, в който се разглеждат пет взаимосвързани реални ситуации, в които се прилагат разнообразни числени методи – симплекс метод, транспортен модел, интерполационен полином (Лагранж/Нютон), метод на най-малките квадрати и метод на Гаус-Жордан.

Чрез интегриране на различни подходи от дисциплина Числени методи и Математическо оптимиране, в контекста на производствена фирма („ТехноПро“) се цели не само усвояване на теоретичните основи, но и надграждане на знанията чрез моделиране, анализ и прогнозиране на реални икономически процеси. Всяко условие на задачата е подбрано така, че да демонстрира приложимостта на съответния метод в конкретен практически сценарий – от производствена оптимизация до прогноза на продажби и логистика. Този подход насърчава студентите да изграждат междупредметни връзки и да прилагат висшата математика в бизнес анализи и вземане на решения. Курсовият проект се възлага на студенти в 3 курс специалност „ Информатика и информационни технологии“ в Колеж-Добрич, като целта е по-голяма ангажираност и вникване в материята на дисциплината. Задачата се решава по аналитичен начин и с помощта на различни програми и приложения, изучавани в курса на обучение.

1. Симплекс метод – Производствена оптимизация

Малка фирма "ТехноПро" произвежда три продукта: P_1 – електронен модул, P_2 – пластмасов корпус и P_3 – уред за дома.
Фирмата разполага с ресурси: 100 ч. машинно време, 80 кг пластмаса и 120 ч. труд.
Таблица на ресурсите и печалбата:

Продукт	Машинно време	Пластмаса	Работен труд	Печалба
$P_1 = x_1$	1	0	3	3 единици
$P_2 = x_2$	0	2	2	5 единици
$P_3 = x_3$	3	2	1	2 единици
	4 часа	12 кг	18 часа	

Задача: Да се максимизира печалбата при дадените ограничения чрез симплекс метода.

Целева функция:

$$Max\ Z\ =\ 3x_1\ +\ 5x_2\ +\ 2x_3$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 1x_1\ +\ 0x_2\ +\ 1x_3\ \leq\ 4\ \text{(машинно време)} \\ 0x_1\ +\ 2x_2\ +\ 1x_3\ \leq\ 12\ \text{(пластмаса)} \\ 3x_1\ +\ 2x_2\ +\ 1x_3\ \leq\ 18\ \text{(труд)} \\ x_1, x_2, x_3\ \geq\ 0 \end{cases}$$

Оптимален план:

- Производство:
  - P_1 = 2 броя
  - P_2 = 6 броя
  - P_3 = 0 броя
- **Максимална печалба:** 36 единици

2. Транспортна задача – Оптимален план за доставка

Три доставчика (D_1 – 30 кг, D_2 – 40 кг, D_3 – 50 кг) доставят суровини до два цеха (C_1 – 60 кг, C_2 – 60 кг).
Цените за транспорт на 1 кг са:

	C_1	C_2	
D_1	4	6	30 кг
D_2	5	3	40 кг
D_3	6	4	50 кг
	60 кг	60 кг	**120 кг**

Задача: Намерете разпределение с минимални транспортни разходи.
Разпределение на доставките:

- $D_1 \rightarrow C_1$: 30 кг
- $D_2 \rightarrow C_2$: 30 кг
- $D_3 \rightarrow C_1$: 30 кг
- $D_3 \rightarrow C_2$: 30 кг
- **Общи транспортни разходи:** 510 лв

3. Интерполационен полином – Прогноза на производство

Следните данни показват производството на P_1 за предходни години:

Година	2021	2022	2023
Брой	120	150	180

Задача: Създайте интерполационен полином (Лагранж или Нютон) и изчислете стойността за 2024 г.

Дадени години и стойности:

- 2021 → 120
- 2022 → 150
- 2023 → 180
- **Прогноза за 2024:**
  → **120.0** (по изчисленията резултатът е същият, тъй като всички точки лежат на права с наклон 30)

4. Метод на най-малките квадрати – Тренд в продажбите (линейна регресия)

Продажби (в хил. лв.) на продукт P_2:

Месец	1	2	3	4	5	6
Продажби	12	15	17	18	21	25

Задача: Намерете линейна функция $y = ax + b$ чрез метода на най-малките квадрати и предскажете продажбите за месец 7.

Модел:

$$y = 2.4x + 9.6$$

Прогноза за месец 7:
→ 26.4 хил. лв

5. Метод на Гаус-Жордан – Система уравнения

Фирмата анализира разходите си и установява следните зависимости между разходи по трите продукта (в лв.):

$$\begin{cases} 2x + y + z = 130 \\ 2x + 2y + 3z = 250 \\ x + 3y + 2z = 200 \end{cases}$$

където: $x -$ разходи за P_1, $y -$ разходи за P_2, $z -$ разходи за P_3

Задача: Намерете x, y, z чрез метода на Гаус-Жордан.

Решение:

Съставяме разширената матрица с коефициентите пред неизвестните:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 130 \\ 2 & 2 & 3 & 250 \\ 1 & 3 & 2 & 200 \end{array}\right)$$

$$x = \frac{200}{7} \approx 28.57$$

$$y = \frac{180}{7} \approx 25.71$$

$$z = \frac{330}{7} \approx 47.14$$

Заключение

Чрез разработката на пет свързани казуса с реални данни и ситуации, студентите се запознават с широк набор от числени методи и техните практически приложения. Интеграцията между линейното програмиране, регресионния анализ, интерполацията, логистичната оптимизация и решаването на линейни системи чрез

елиминационни методи формира цялостна картина за ролята на математиката в процесите на вземане на управленски решения. Така подбраната комплексна задача не само затвърждава придобитите знания, но и ги трансформира в инструментариум за решаване на проблеми от реалния свят. Методологическият акцент върху връзката между теория и практика подготвя студентите за аналитично мислене и работа с данни в реални икономически и инженерни условия.

1. Хасанов В.,(2019), Ръководство по числени методи с Matlab, Университетско издание „Епископ К. Преславски“
2. **Костов, К.** (2009). *Числени методи*. София: Университетско издателство „Св. Климент Охридски“.
3. **Нейков, Н.** (2018). *Математически модели в икономиката*. София: УНСС..
4. **Попов, В. и Колектив** (2012). *Операционно изследване*. Варна: ВСУ „Черноризец Храбър“..
5. **Топчийски, П.** (2005). *Линейна алгебра и аналитична геометрия*. София: Техника.
6. **Христов, Х.** (2013). *Числени методи и приложения*. Пловдив: Университетско издателство на ПУ „Паисий Хилендарски“.
7. **Павлов, П.** (2010). *Линейно и нелинейно програмиране*. София: Академично издателство на ТУ – София.